

Напомним, что модуляций существует несколько – амплитудная, фазовая и частотная. Разберём их все.

МОДУЛЯЦИИ, ФУРЬЕ-СПЕКТРЫ

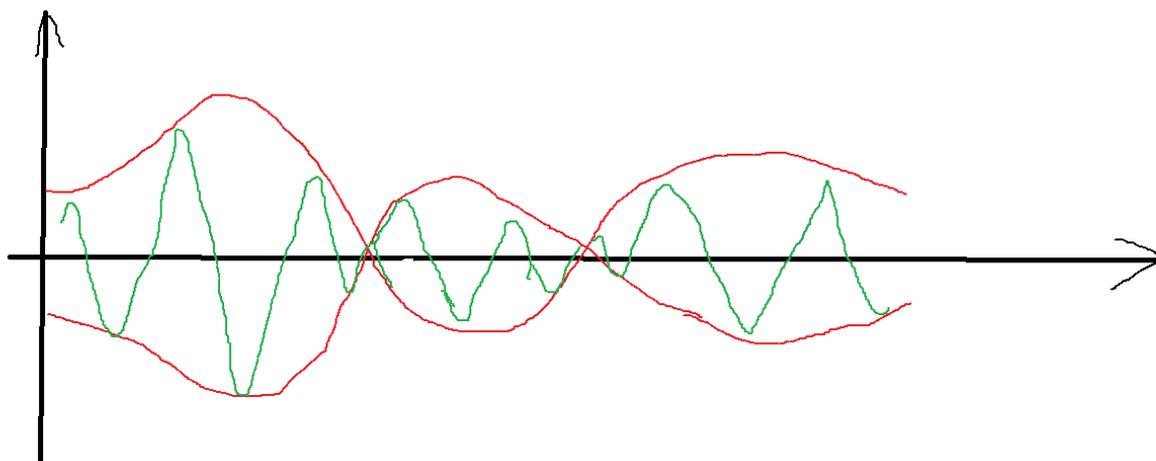
Амплитудная модуляция.

Самая понятная.

Проблема: нужно передать сигнал (например, простой синус), только частота у него маленькая (и период маленький). Из-за маленькой частоты у него и мощность маленькая, и он быстро гасится.

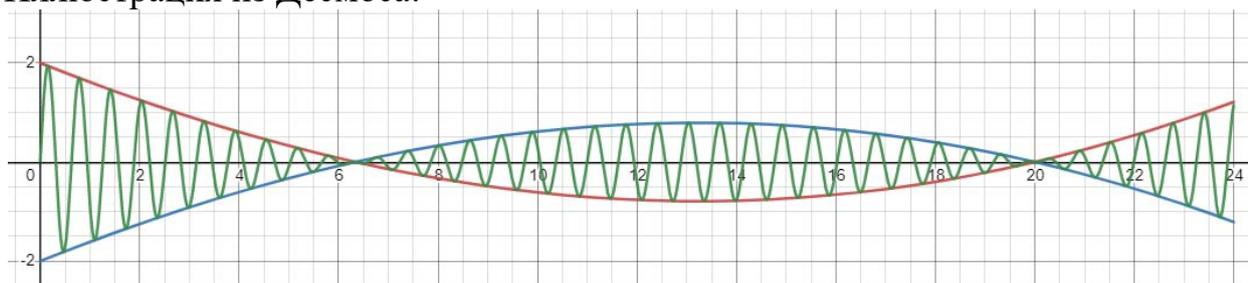
Например, у звуковых волн частота маленькая (по сравнению с э/м).

Как нам передать информацию, записанную на этом сигнале, без потерь? Ответ: вписать в неё синус.



Одна красная кривая – информативный сигнал, другая – то же, но с знаком минус. Зелёная – то, что получилось после домножения на синус.

Иллюстрация из Десмоса:



В любом случае зелёная волна будет гораздо медленней затухать и мощней быть.

В качестве медленного меняющегося сигнала выступает сигнал, который несёт

информацию. Для учебного берут функцию $A_{slow}(t) = A(1 + m\cos\Omega t)$, хотя она как раз никакую информацию не несёт (кроме двух чисел m и Ω).

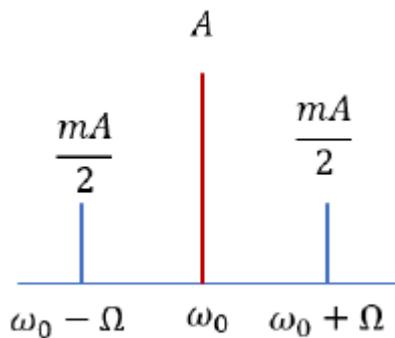
Тогда

$$U_{AM} = A_{slow}(t)\cos\omega_0 t,$$

Если подставить и раскрыть скобки, то вылезет произведение двух косинусов. Его мы можем представить по школьной формуле в виде суммы двух косинусов. Получим

$$U_{AM} = A \cos \omega_0 t + \frac{mA}{2} (\cos(\omega_0 + \Omega)t + \cos(\omega_0 - \Omega)t).$$

Таким образом, излучение можно представить как суперпозицию излучений на трёх частотах:



Фазовая модуляция. Произведемся над фазой косинуса:

$$U_{FM} = A \cos(\omega_0 t + \Phi_{slow}(t)), \quad \Phi_{slow}(t) = m \sin \Omega t, \quad \Omega \ll \omega,$$

$$U_{FM} = A \cos(\omega_0 t + m \sin \Omega t) = \Re[A \exp(i\omega t + i m \sin \Omega t)],$$

Обратите на достаточно редкую конструкцию: аргумент экспоненты – синус, т.е. другая экспонента.

$$e^{i m \sin \Omega t} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(m) e^{i k \Omega t},$$

$$\Rightarrow U_{FM} = \Re \left[A \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(m) e^{i \omega_0 t + i k} \right],$$

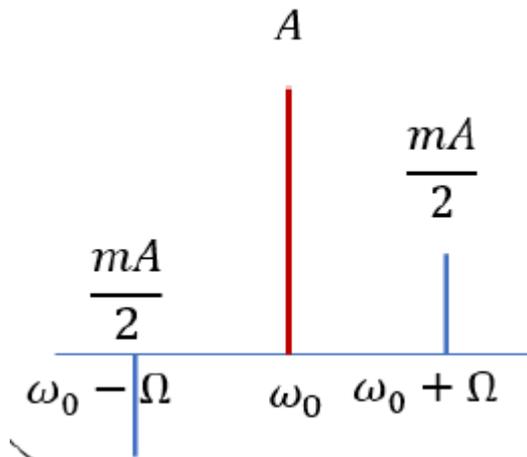
Заменим операцию взятия действительной части от экспоненты косинусом:

$$U_{FM} = A \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(m) \cos(\omega_0 t + k \Omega t),$$

Эта формула верна для любых m . А вот для малых m верно и то, что

$$\begin{aligned} U_{FM}^{m \ll 1} &\cong A(\cos \omega_0 t - \Phi_{slow}(t) \sin \omega_0 t) = A(\cos \omega_0 t - m \sin \Omega t \sin \omega t) = \\ &= A \left(\cos \omega_0 t + \frac{m}{2} \cos(\omega_0 + \Omega)t - \frac{m}{2} \cos(\omega_0 - \Omega)t \right). \end{aligned}$$

Глядя на последнюю формулу, можем сказать, что



Излучение можно представить как суперпозицию излучения на трёх частотах: $\omega_0 - \Omega$, ω_0 , $\omega_0 + \Omega$. В основном, конечно, на средней, т.к. амплитуды крайних пропорциональны m , которое, напомню, у нас мало.

Частотная модуляция. В ней издеваются над фазой:

$$U(t) = U_0 \sin\{(1 + m \sin \Omega t) \omega_0 t\}$$

Вятчанин говорит, что там она какими-то преобразованиями сводится к фазовой.

ПРИБОРЫ

Теперь перед нами гораздо более сложная задача: представить конкретные цепи, способные

А) Выдавать модулированное напряжение (хотя бы амплитудное, самое простое, для начала)

И цепи, способные

Б) Его детектировать.

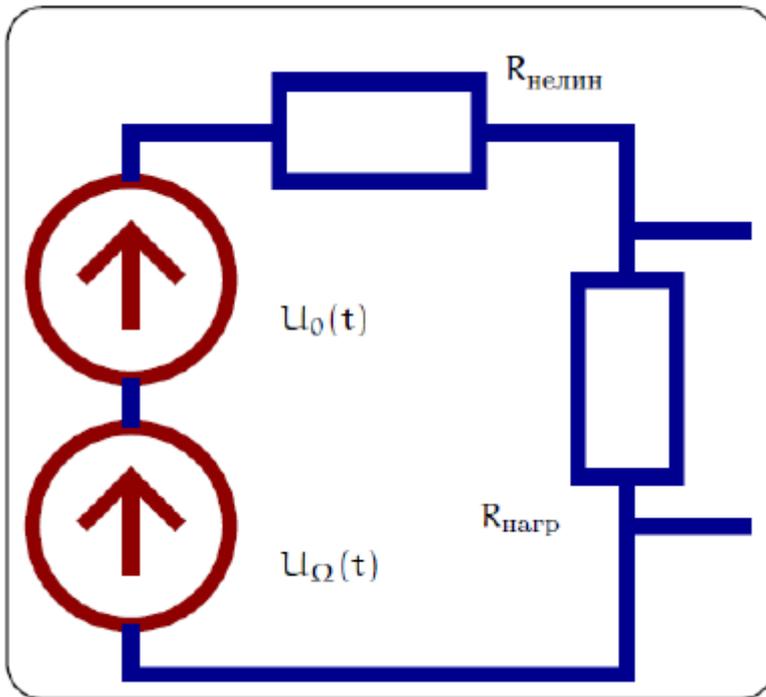
Ещё раз о постановке задачи. Вася наговорил в трубку своего телефона свой спич другу Пете. Это не какая функция $\Gamma(t)$ («Г» от слова «Голос»). Мы её преобразовали в электрический сигнал, который мы подаём на вход нашей схемы. А на выходе мы ждём уже $\Gamma(t) * \sin(\omega_0 t)$, и именно уже этот сигнал пойдёт дальше.

Т.е. хватит писать формулы – что мы, теоретики-белоручки? Нам нужно соорудить чёрный ящик с 4 контактами. Одна пара контактов – вход. Один из контактов заземлён, а на второй идёт потенциал $\Gamma(t)$. На одном из контактов выхода пошёл потенциал $\Gamma(t) * \sin(\omega_0 t)$, ну а на четвёртом... земля.

Это устройство будет называться модулятор! А ещё нам потребуется детектор, который будет делать обратное – из $\Gamma(t) * \sin(\omega_0 t)$ он сделает $\Gamma(t)$, которое пойдёт на динамики Петинского устройства, а затем в его уши, и наш Петя узнает, на какое время Вася назначил пьянку.

Сразу отметим: нам нужен нелинейный элемент. Потому что любая линейная система спектр сохраняет => следовательно, нам нужен нелинейный элемент.

Вятчанин решает задачу минимум: он модулирует не произвольный $\Gamma(t)$, а конкретно $A(1+m \cdot \sin \Omega t)$. Т.е. Вася просто хочет передать Пете не конкретное послание, а просто наличие синуса (что может означать, что он здесь, его держат в заложниках).



Слева у нас два генератора синусоидального тока на разных частотах

$$V_1 = U_1 \sin \omega t, \quad V_2 = U_2 \sin \Omega t.$$

справа – обычный резистор, к которому мы прицепили два выходных контакта, сверху – нелинейное нечто с ВАХ

$$I = S_1(V_1 + V_2) + S_2(V_1 + V_2)^2.$$

Для обычных резисторов $S_1=1/R$, $S_2=0$, но тут уже нас не резистор, а НЕЧТО.

$$U_{\text{нагр}} \approx R_{\text{нагр}}(S_1(U_1 \sin \omega t + U_2 \sin \Omega t) + S_2(U_1^2 \sin^2 \omega t + U_2^2 \sin^2 \Omega t) + S_2 U_1 U_2 \times 2 \sin \omega t \sin \Omega t)$$

$$(Здесь $2 \sin \omega t \sin \Omega t = \cos(\omega - \Omega)t - \cos(\omega + \Omega)t$).$$

О, а вот это надо.

Константу m можно вывести из S_1 , S_2 , U_1 , U_2 . Используя разные источники переменного напряжения и нелинейные элементы, будем получать разные m .

Ну и замечу, что желательно, чтобы зависимость $I(U)$ для нелинейного НЕЧТО имела вид, заканчивающийся квадратичным слагаемым. Если там появится кубическое слагаемое и так далее, то ничего хорошего этого нам не даст. Только искажения:

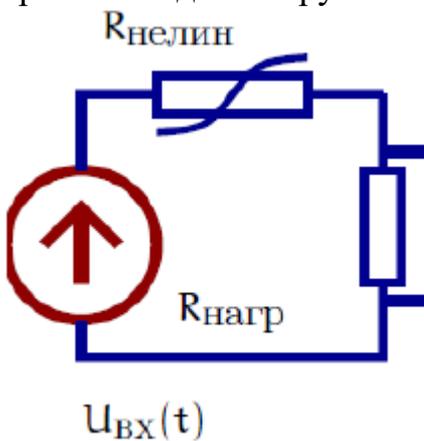
Если ВАХ содержит члены $S_3U^3 + S_4U^4 + \dots$, то появятся искажения сигнала:

$$S_3 \Rightarrow (V_1 + V_2)^3 \Rightarrow 2V_1V_2^2 = 3U_1U_2^2 \sin\omega t \sin^2\Omega t \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{3U_1U_2^2}{4} (\sin(\omega + 2\Omega)t + \sin(\omega - 2\Omega)t), \quad (6.5)$$

$$S_4 \Rightarrow (V_1 + V_2)^4 \Rightarrow 4V_1V_2^3 = 4U_1U_2^3 \sin\omega t \sin^3\Omega t \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{U_1U_2^3}{2} (\cos(\omega + 3\Omega)t + \cos(\omega - 3\Omega)t). \quad (6.6)$$

Чтобы этих искажений было минимум, нужно подбирать или хороший нелинейный элемент, или уменьшать U_2 (потому что чем выше индекс S , тем больше степень у U_2), ну или ставить фильтры, зарубающие ненужные частоты.

Теперь про детектор. Всю ту муть, которую наш модулятор выдал, придётся прожевать детектору.



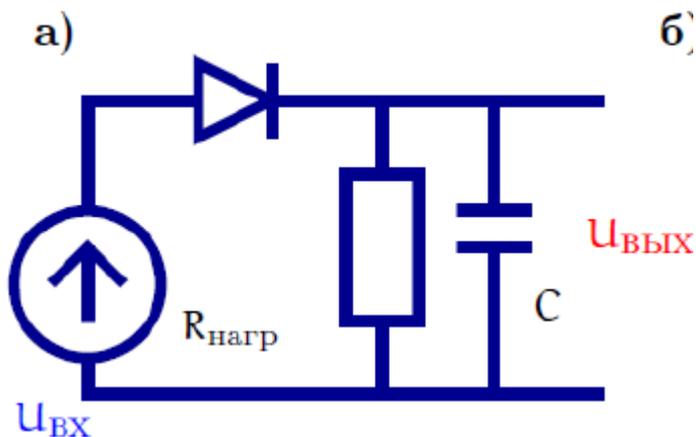
На этот раз вместо двух генераторов у нас как раз будет то, что нам дал детектор – $U_{вх}(t)$. А выходы присоединим к $R_{нагр}$.

Что мы получим:

$$U_{аб} \simeq R_{нагр}I = R_{нагр}(S_1U(t) + S_2U(t)^2 + \dots) = \\ = R_{нагр}S_1U_0(1 + m\sin\Omega t)\sin\omega_0 t + \\ + R_{нагр}S_2U_0^2(1 + m\sin\Omega t)^2\sin^2\omega_0 t + \dots = \\ = S_1 \dots + S_2R_{нагр}S_2U_0^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}2m\sin\Omega t + \dots \right).$$

Мне очень лень проверять все выкладки, но $\frac{1}{2}(1+m\sin\Omega t)$ – то, что пел Вася, Петя таки услышит. Правда, ему опять потребуется поставить кучу фильтров, чтобы зарубить другие частоты.

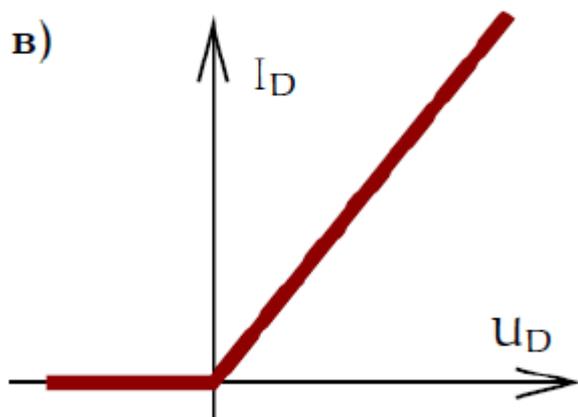
Кстати, о фильтрах. Вятчанин показывает пример одного из фильтров, который как раз используется в детекторах. Фильтры вообще легче модуляторов и демодуляторов, там из нелинейных элементов только диод.



В роли источника выступает $U_{ВХ}$, которое в первом приближении можно считать синусоидальным источником напряжения.

Конденсатор изначально заряжен «против» диода (т.е. если источник заменить проводом, ток через диод не пойдёт) напряжением чуть меньше амплитуды источника.

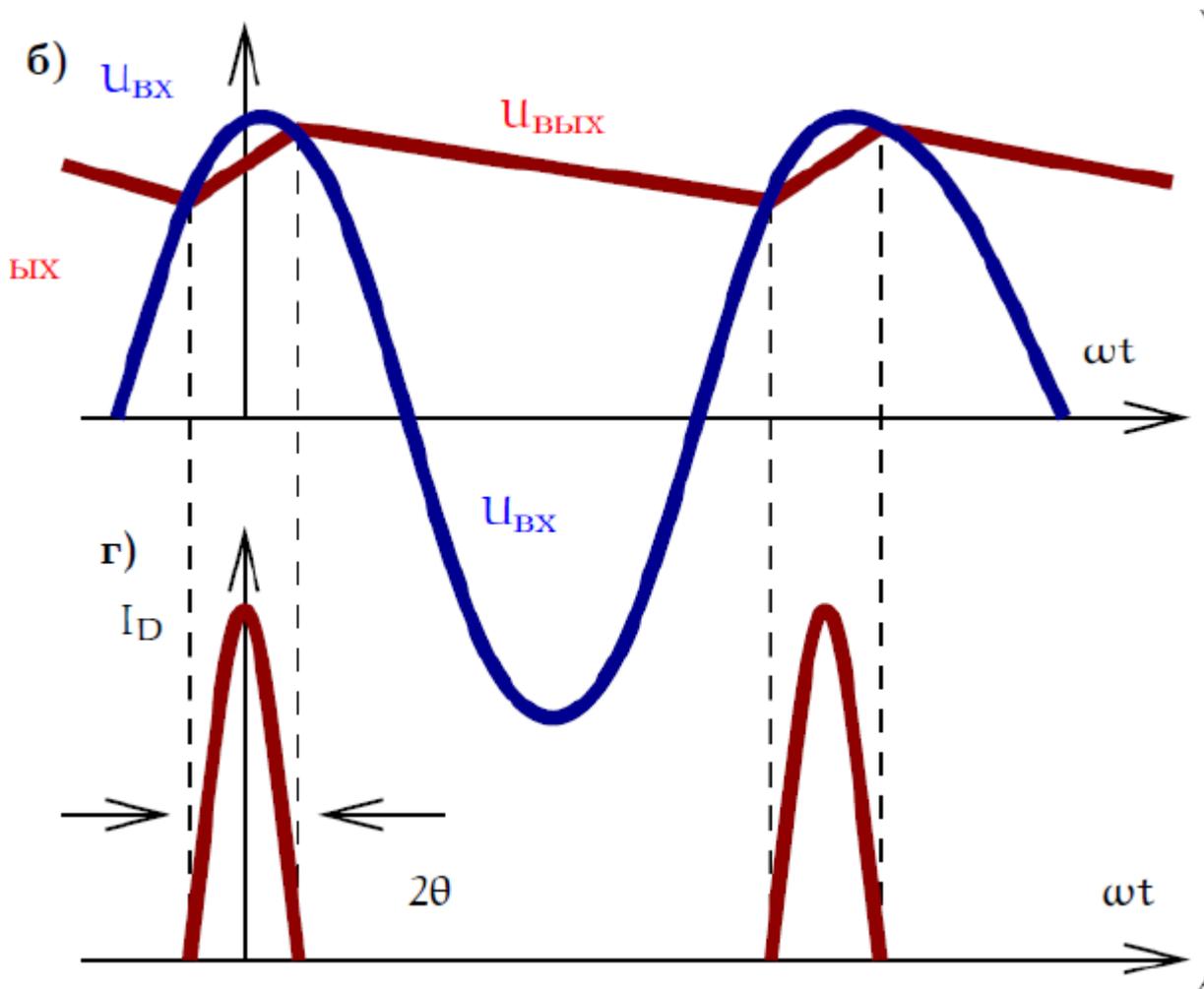
ВАХ диода такая:



Давайте посмотрим, как он работает. Когда ток на переменном источнике течёт в сторону, обратную диоду, он закрыт, и ток в цепи течёт только по контуру с R и C , и конденсатор разряжается (обычно R и C подбираются такими, что конденсатор за это время разрядился не сильно).

А когда ток на источнике течёт в сторону по диоду, он открыт. Т.е. диод открыт полпериода. И это на самом деле неверное рассуждение.

Дело в том, что диод подключен не напрямую к источнику, а в составе контура «источник – диод – конденсатор». И чтобы диод таки открылся, нужно, чтобы напряжение источника превзошло напряжение конденсатора.



Таким образом, диод открывается лишь на маленькое время, когда источник на пике своих сил и готов победить конденсаторов. Но открытие резистора чревато силой тока, которая быстро дозарядит конденсатор и диоду придётся вновь закрыться, чтобы открыться уже на следующем периоде.

Причём чем больше период (и меньше частота), тем сильнее успевает разрядиться конденсатор и тем будет время открытия диода. А вот чем меньше период (и больше частота) – то конденсатор будет толком не успевать разряжаться и относительное время тока в цепи будет меньше.

Там образом, у нас простейший фильтр высоких частот – маленькие пропускает, большие нет. Можно подобрать параметры элементов, чтобы этот фильтр отбраковывал частоты, большие, чем $1/(R_{\text{нагр}} * C)$.

А это как раз то, что нам нужно! Мы ведь подбираем параметры $R_{\text{нагр}} * C$ такие, что

$$\omega R_{\text{нагр}} C \gg 1$$

Чтобы детектор исключил ненужную, не несущую никакой полезной инфы частоту ω .

$$\Omega R_{\text{нагр}} C \ll 1$$

А вот нужную, информативную, маленькую частоту – оставил.